航空機における修正付き座席管理について

南山大学数理情報研究科・数理情報研究センター
オープン・リサーチ・センター
「都市の持続可能な繁栄のためのインフラストラクチャーの
最適運用計画の策定と普及」
2008年度第1回公開研究会
2008年5月24日 南山大学サテライトキャンパス

南山大学数理情報研究科
佐藤公俊

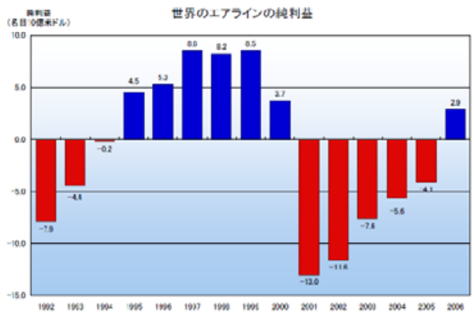
はじめに

- 航空業界：生産効率に硬直性のある業界
- 外的要因による需要の増減
  - SARSやテロ事件
  - 燃料高に応じて国際航空運賃に上乗せしている燃油特別付加運賃（サーチャージ）
  - 万博、オリンピック
- 座席を最大限市場に開放することで、収入の最大化を図る
  - 先得割引、Web割引、いっしょにマイル割など
- RM（Revenue Management）の手法を利用

主要地域の月間旅客伸び率

原油価格と燃料価格の変化

世界のエアラインの純利益



出典：「日本航空機開発協会」

はじめに

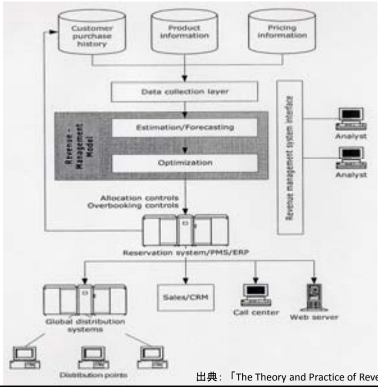
- 航空業界：生産効率に硬直性のある業界
- 外的要因による需要の増減
  - SARSやテロ事件
  - 燃料高に応じて国際航空運賃に上乗せしている燃油特別付加運賃（サーチャージ）
  - 万博、オリンピック
- 座席を最大限市場に開放することで、収入の最大化を図る
  - 先得割引、Web割引、いっしょにマイル割など
- RM（Revenue Management）の手法を利用

座席管理（RM）とは

- RM（Revenue Management）の目的：
  座席販売による収益の最大化
  - できるだけ高い運賃の客に販売する
  - 安売りによる空席販売

- RMの手法が適用可能な商品・サービスの特性
  - 在庫できない（陳腐化）
  - 価格差別化が可能
    - 事前予約、キャンセルによる返金の有無、別便への変更
      途中下車の不可、マイルなどの特典　など
  - 需要が予測できる
  - 供給量が固定→増発や欠航が簡単にできない
    →航空機を簡単に追加購入できない

座席管理のプロセス



出典：「The Theory and Practice of Revenue Management」

システムとアナリストの処理

（出典：「The Theory and Practice of Revenue Management」）

	System	Analysts
Nightly batch processing	Download data from reservation system Clean data Unconstrain Forecast Optimize Upload controls	
Daytime transaction processing	Alerts Group recommendations Reports Upload in transaction mode	Overrides Ad-hoc reports Group bookings Manual reoptimizations

RMの研究

- 座席数の管理
  - 1飛行区間
    - 静的モデル：
      Littlewood (1972), Belobaba(1987,1989),
      Brumelle and McGill (1993), Robinson (1995), Lee (2006)
    - 動的モデル：
      Lee and Hersh(1993), Liang(1999), Walczak and Brumelle(2003)
    - Diversionモデル
  - ネットワークモデル
  - オーバーブッキングモデル
- 価格の管理
  - 価格決定モデル
  - オークションモデル

発表の流れ

1. はじめに
2. 連続時間の下での修正付きモデル
3. 繁忙期におけるオプション付きモデル
4. 複数料金クラスにおける補充付きモデル
5. おわりに

2. 連続時間の下での修正付きモデル

Littlewood(1972)のモデル

- 管理されていない普通運賃のみの場合
  - 60人 × \$100 = \$6,000
- 管理されていないLCC
  - 110人 × \$60 = \$6,600
- 管理された場合
  - 50人 × \$100 + 40人 × \$60 = \$7,400

- 割引客、普通客にそれぞれ何席づつ販売すればよいか？
- 需要：確率変数
- 在庫管理の新聞売り子モデルを応用

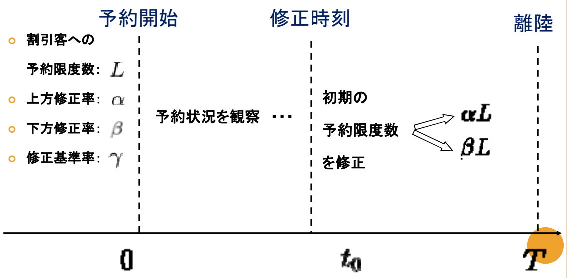
上方および下方修正付きモデル

- モデルの仮定

飛行区間	1区間
乗客による キャンセル、ノーショウ	なし
オーバーブッキング	なし
計画期間	連続、2期間
料金クラス	2クラス（普通、割引）
各クラスの需要関係	独立
受け入れ順序	混合

販売から離陸までの流れ

- 全席100席→割引客へ60席→普通客が少ないとき・・・上方修正70席
  →普通客が多いとき・・・・下方修正45席



累積需要と予約政策

- 時刻[t_1 , t_2]における累積需要は

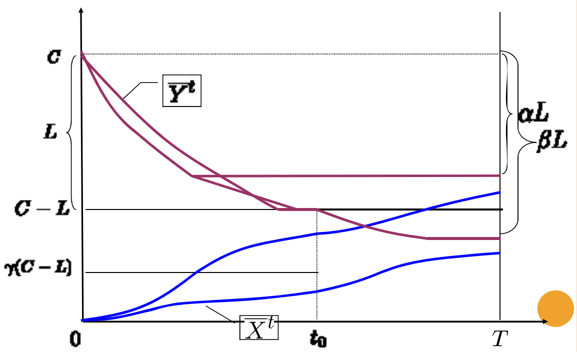
$$\overline{X}^{t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} X_s ds, \quad 0 \le t_1 \le t_2 \le T$$

$$\overline{Y}^{t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} Y_s ds, \quad 0 \le t_1 \le t_2 \le T$$

ただし時刻 t_0では $\overline{X}^{t_0-0} = \overline{X}^{t_0}$.

- 予約政策：普通客の予約量をもとに修正
  - $\overline{X}^{t_0} > \gamma(C-L)$:下方修正　$L \Rightarrow \alpha L$　（$\alpha \le 1$）
  - $\overline{X}^{t_0} \le \gamma(C-L)$:上方修正　$L \Rightarrow \beta L$　（$\beta \ge 1$）

座席量と予約の関係



修正付きモデル

- $\overline{X}^{t_0} < \gamma(C-L)$ のとき（上方修正）

$$v_1(L,\overline{X},\overline{Y}) = q\min\{\overline{Y}^{t_0} \wedge L + \overline{Y}^{T-t_0}, \beta L\}$$
$$+p\min\{\overline{X}^{t_0} + \overline{X}^{T-t_0}, C - \beta L \wedge (\overline{Y}^{t_0} \wedge L + \overline{Y}^{T-t_0})\}$$

- $\overline{X}^{t_0} \ge \gamma(C-L)$ のとき（下方修正）

$$v_2(L,\overline{X},\overline{Y}) = q\min\{\alpha L \wedge \overline{Y}^{t_0} + \overline{Y}^{T-t_0}, \alpha L\}$$
$$+p\min\{\overline{X}^{t_0} + \overline{X}^{T-t_0}, C - \alpha L \wedge (\alpha L \wedge \overline{Y}^{t_0} + \overline{Y}^{T-t_0})\}$$

- 期待収益は

$$V(L) = E\left[v_1(L.\overline{X}.\overline{Y})1_{\{\overline{X}^{t_0}<\gamma(C-L)\}} + v_2(L.\overline{X}.\overline{Y})1_{\{\overline{X}^{t_0}\ge\gamma(C-L)\}}\right]$$

数値計算による最適予約政策の導出

- 各時刻における需要量

$$dX_t = \mu dt + \sigma dZ(t)$$

- 時刻$[t_1, t_2]$における累積需要は

$$\overline{X}^{t_2 - t_1} \sim N\left(\frac{\mu}{2}(t_2^2 - t_1^2), \frac{1}{3}\sigma^2(t_2^3 - 3t_1^2 t_2 + 2t_1^3)\right)$$

- 割引客の需要量が十分多い場合
- データ

C	α	β	γ	P	q	μ	σ	T	t_0
300	0.9	1.1	0.4	350	100	0.01	0.04	120	90

- 最適予約政策

$L^* = 224$ → $\alpha L^* = 201$　$\overline{X}^{t_0} \geq 30$ のとき

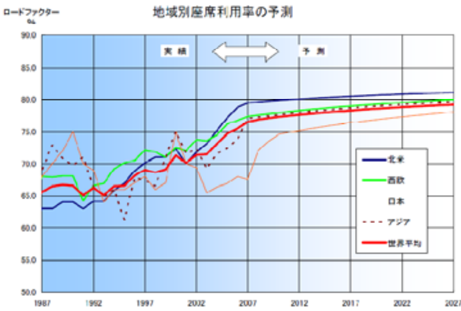
$L^* = 224$ → $\beta L^* = 246$　$\overline{X}^{t_0} < 30$ のとき

- Littlewoodモデルとの比較

期待収益 ： 3.15% ↑ ，Passenger Spill Rate : 7.6% ⇒ 2.9%

3. 繁忙期におけるオプション付き座席管理モデル

地域別の座席利用率



出典：「 日本航空機開発協会」

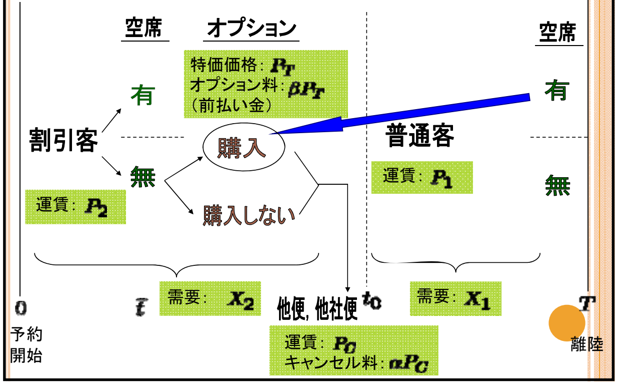
オプションによる空席処理

- 空席を減らすためにオプション（権利）を導入することで離陸直前で座席調整する
- オプション
  - 離陸前に空席のあるとき特価価格で購入できる権利
  - 割引クラスが売り切れたあとでオプションを販売
  - 購入者が多い場合は権利行使できる客がランダムに選ばれる
  - 権利行使されなければオプション料は返金されない
- 乗客の利点
  - 割引運賃より安い運賃で乗ることができる可能性
  - キャンセル待ちとの併用が可能
    （キャンセル待ちはマイレージの上級会員が優先されるため）
- 航空会社の利点
  - 早期に空席が埋まる保障が得られる
  - 普通客を直前まで受け入れられる

モデルの仮定

飛行区間	１区間
乗客による キャンセル、ノーショウ	なし
オーバーブッキング	なし
計画期間	2期間
料金クラス	3クラス（普通、割引、特価）
各クラスの需要関係	独立
受け入れ順序	低→高

予約の流れ



記号の定義と制約①

- 記号の定義
  - C ：全座席数
  - L ：割引客への予約限度数（決定変数）
  - q ：乗客がオプションを購入する確率
  - $S(L)$：オプション購入者数，二項分布にしたがう

$$S(L) = \sum_{i=L+1}^{X_2} \delta_i \quad (X_2 > L)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{：}i\text{ 番目の客がオプションを購入する} \\ 0 & \text{：その他} \end{cases}$$

記号の定義と制約②

- 価格制約
  - 運賃：$P_T < P_2 < P_C < P_1$
  - 他便をキャンセルして特価運賃を購入

    $\alpha P_C + P_T \le P_C \Rightarrow 0 \le P_T \le (1-\alpha)P_C$
  - P_T の上限価格

    $\overline{P}_T = \min\{P_2, (1-\alpha)P_C\}$
  - P_T の範囲：$0 \le P_T \le \overline{P}_T$

オプション付きモデルの期待収益

- 割引客の予約数 $L_1 = \min\{X_2, L\}$ のとき期待収益

$$\begin{aligned} &E[r(L) \mid X_2 > L] \\ &= E[\underbrace{P_2 L_1 + P_1 \min\{X_1, C - L_1\}}_{r_C(L)} \\ &\quad + P_T(1-\beta)\underbrace{\min\{(C - L_1 - X_1)^+, S(L_1)\}}_{\text{特価運賃購入者数}} \\ &\quad + \beta P_T S(L_1) \mid X_2 > L] \end{aligned}$$

と与えられる.

- 注：$r(L) \ge r_C(L)$
- 最適期待収益は以下の通り：

$$V_q = \max_L E[r(L) \mid X_2 > L]$$

P_1	：普通運賃
P_2	：割引運賃
P_T	：特価運賃
βP_T	：オプション量（前払い金）
q	：オプション購入確率
X_1	：普通需要
X_2	：割引需要
C	：全座席数
L	：予約限度数

最適政策

- オプション付きモデルの最適予約限度数 L^* は

$$L^* \equiv \min\{0 \le L \le C : \varphi(L) > P_2 - qP_T\}$$

$$\begin{aligned} \varphi(L) \;=\; &(P_1 - (1-\beta)P_T)\Pr(X_1 \ge C - L + 1) \\ &+ (1-\beta)P_T q \Pr(X_1 + S(L) \ge C - L \mid X_2 \ge L) \end{aligned}$$

- 古典的モデル（オプションなし）の最適予約限度数 $\hat{L}$ は

$$\hat{L} \equiv \min\{0 \le L \le C : P_1 \Pr(X_1 \ge C - L) > P_2\}$$

- $L^* \le \hat{L}$

  ⇒ オプションを販売することにより普通客へ残しておく座席数を増やすことができる.

数値計算

- 販売上限を $\gamma(C - L)$ と制限した場合についておこなう（$\gamma \le 1$）
- 普通客の需要はパラメータ λ をもつポアソン分布にしたがう
- 割引客の予約価格 R_L は $[P_2, b_1]$ の一様分布にしたがう
- 割引客のオプション購入確率 q は

$$\begin{aligned} q &= \Pr(P_2 + \beta P_T < R_L < P_C \mid R_L > P_2) \\ &= \frac{P_C - P_2 - \beta P_T}{b_2 - P_2} \end{aligned}$$

- q はP_Tについて減少関数

  → 特価価格が上がるほどオプション購入確率は減少

数値結果

- データ：

普通運賃（千）	：	$P_1 = 320$
割引運賃	：	$P_2 = 130$
特価運賃	：	$P_T = 80$
全座席数	：	$C = 150$
キャンセル率	：	$\alpha = 0.25$
キャンセル料	：	$\alpha P_C = 40$
前払い率	：	$\beta = 0.08$
販売上限率	：	$\gamma = 0.4$
予約価格上限	：	$b_1 = 210$
需要パラメータ	：	$\lambda = 30$
オプション購入確率	：	$q = 0.3$

- 結果：
  - 最適予約限度数：$L^* = 115$
  - 古典的モデル：$\hat{L} = 120$
  - 期待収益：$V_q = 24600.81$

    （改善率 **0.4%** ⇧ ）

  - 普通客の需要量⇧ → L^*、$\hat{L}$ の差が大
  - 普通客の需要量：低 → 改善率：正
  - 普通・割引運賃差⇧ → 改善率：正

4.
複数料金クラスにおける補充付きモデル

補充付きモデル

- 販売状況に応じて販売終了した割引クラスを再び販売することで空席を補充する(＝配分量の修正)
- モデルの仮定

飛行区間	1区間
乗客による キャンセル、ノーショウ	なし
オーバーブッキング	なし
計画期間	N期間
料金クラス	Nクラス
各クラスの需要関係	独立
料金の支払い順序	低→高

予約と購入の関係

フライト予約 → 航空代金の支払い（購入）

需要量

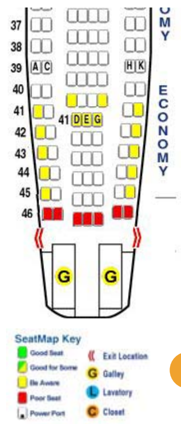
- 仮定
  - 支払は1期間に1料金クラス
  - 料金支払い順序：低→高運賃
  - キャンセル、ノーショウはなし

（出典：ANAのホームページより）

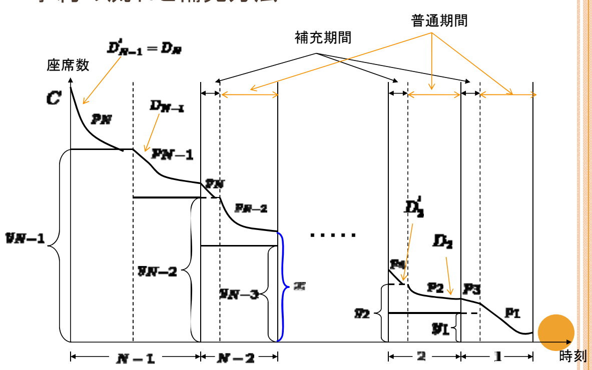
2007年7月

- 7月7日～7月12日：セントレア～プラハ
- 航空会社：ルフトハンザ、LH 737
- クラス：エコノミー
- 予約日（購入）：5月9日
- 値段：165,500+36,470=201,970円
- 航空機：Airbus A340-300

- 主要航空会社の座席配置を表示したサイト
  SeatGuru.com（http://www.seatguru.com/）



予約の流れと補充方法



モデルの定式化（ $i=1,\cdots,N-2$ のとき）

- 期間 i の残席数の状態推移は

$$x \to x - \underbrace{\min\{D'_i, x-y_i\}}_{\text{補充期間の販売量}} - \underbrace{\min\{D_i, (x-y_{i-1}-(x-y_i)\wedge D'_i)^+\}}_{\text{普通期間の販売量}}$$

- 期待収益は

$$v_i(x,y_i)=$$
$$E\left[p_{i+2}\min\{D'_i, x-y_i\}+p_i\min\{D_i, y_i-y^*_{i-1}+(x-y_i-D'_i)^+\}\right.$$
$$\left.+V_{i-1}(g_i(x,\mathcal{D}_i,\mathcal{Y}_i))\right],\ i=1,\cdots,N-2$$

ただし

$$g_i(x,\mathcal{D}_i,\mathcal{Y}_i)=x-\min\{D'_i,x-y_i\}-\min\{D_i,y_i-y^*_{i-1}+(x-y_i-D'_i)^+\}$$
$$\mathcal{D}_i=\{D_i,D'_i\},\ \mathcal{Y}_i=\{y_i,y_{i-1}\}$$

モデルの定式化（$i=N-1$ のとき）

- 期間 $N-1$ の補充期間で受け入れる料金クラスは N
  - $D'_{N-1}=D_N$ ：期 $N-1$ の補充需要はクラス N の需要
  - $p_{N+1}=p_N$ ：期 $N-1$ で補充販売する運賃はクラス N の運賃
- 期間 $N-1$ の期待収益は

$$v_{N-1}(C,y_{N-1})=$$
$$E\left[p_N \min\{D_N, C-y_{N-1}\}+p_{N-1}\min\{D_{N-1}, y_{N-1}-y^*_{N-2}+(C-y_{N-1}-D_N)^+\}\right.$$
$$\left.+V_{N-2}(g_{N-1}(C,\mathcal{D}_{N-1},\mathcal{Y}_{N-1}))\right]$$

ただし

$$g_{N-1}(C,\mathcal{D}_{N-1},\mathcal{Y}_{N-1})$$
$$=C-\min\{D_N, C-y_{N-1}\}-\min\{D_{N-1}, y_{N-1}-y^*_{N-2}+(C-y_{N-1}-D_N)^+\}$$

最適期待収益と性質

- 最適期待収益は

$$V_i(x)=\max_{0\le y\le x} v_i(x,y)$$

境界条件は

$$V_0(x)=0,\ V_i(0)=0,\ \forall x,\ i=1,\cdots N-1$$

- 期待収益関数の性質
  (a) 各 x に対し $v_i(x,y)$ は y について準凹関数
  (b) $V_i(x)$ は x について増加関数かつ凹関数

最適予約政策

- 定理1.
  クラス i 以降への最適座席保護数 $y_i^*,\ i=1,\cdots,N-1$ は

$$y_i^*=\begin{cases} 0 & \text{if } \frac{\partial v_i(x,0)}{\partial y}<0 \\ \max\left\{y : \int_0^{y_i-y_{i-1}}\left(p_i-\frac{d}{dy}V_{i-1}(y-j)\right)dF_{D_i}(j)<p_i-\hat{p}\right\} & \text{if } \frac{\partial v_i(x,C)}{\partial y}<0<\frac{\partial v_i(x,0)}{\partial y} \\ C & \text{if } 0<\frac{\partial v_i(x,C)}{\partial y} \end{cases}$$

ただし $y_0^*=0$, $y_N^*=C$, $\hat{p}=\begin{cases} p_{i+2} & \text{if } i=1,\cdots,N-2 \\ p_{i+1} & \text{if } i=N-1 \end{cases}$

補充付きモデルと補充のないモデルとの比較

- 補充期間に需要を受け入れない場合（Curry(1990)）：$D'_i\to 0$

$$\hat{y}_i\equiv\min\{x : p_{i+1}<\frac{d}{dx}\hat{V}_i(x)\}$$

- 命題 1.
  空席１席あたりの限界収益が補充つきモデルの方が高い場合は、
  $y_i^*\ge\hat{y}_i \quad i=1,\cdots,N-1$
- 命題2.
  各期において、普通期間の需要量が補充後の割り当てられた空席数よりも小さいとき $V_i(x)>\hat{V}_i(x)$
- 命題3.
  補充期間の需要量が増加するほど最大期待収益は増加

数値計算１（データ）

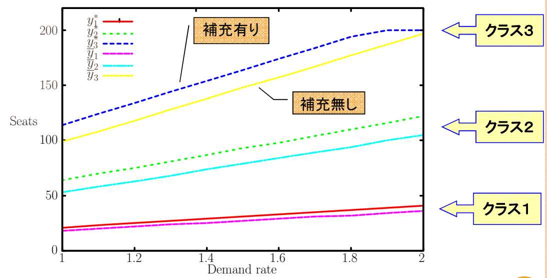
- パラメータ

C	N	p_1	p_2	p_3	p_4
200	4	950	450	300	230

- 需要

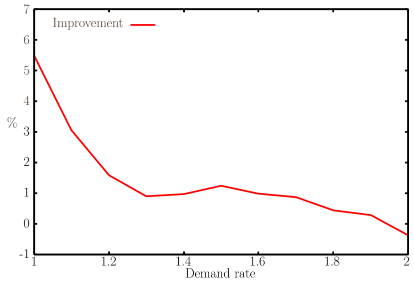
期間	Class1	Class2	Class3	Class4
普通期間	N(17.3, 6.2)	N(35.1, 12.0)	N(48.6, 18.5)	N(65.2, 20.3)
補充期間	N(8.2, 3.0)	N(10.5, 5.0)	----	----

数値結果１
（需要量の変化と補充の有無に対する最適座席保護数の比較）



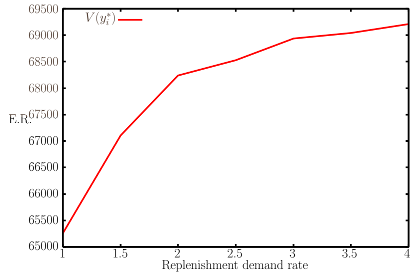
- 補充付きモデルでは補充のないモデルに比べて最適座席保護数が大
  →高運賃クラスへの座席配分量が増加（命題１）

数値結果2
（補充モデルと補充無しモデルの最大期待収益の比較）



- 普通期間の需要量が少ない場合に補充付きモデルは効果的（命題2）

数値結果3
（補充期間の需要量の変化と最大期待収益の変化）



- 補充期間の需要量が多いほど期待収益は増加（命題3）

おわりに

- 航空機の修正付き座席管理
  - 最適予約政策
  - モデルの比較による期待収益の評価
- 今後の発展
  - 需要量が価格に依存
  - 客のふるまい：buy-up、buy-down、waitting
  - ネットワークモデル
- 他業界への応用
  - ホテル、レストラン経営
  - 映画館、スポーツイベント、レンタル会社
  - 鉄道、高速バス
  - 広告、CMの枠
- コスト削減に注目
  - 燃料調達モデル